



13

Medidas de asociación

Irene Moral Peláez

13.1. Introducción

Recurriremos a las medidas de asociación cuando queramos evaluar el grado de asociación entre dos variables y no únicamente comprobar analíticamente si existe relación o no entre las dos variables.

Un caso especial, que podríamos englobar dentro de las medidas de asociación, sería la concordancia. Hablamos de concordancia cuando queremos evaluar si dos formas de medir o clasificar la misma característica en una escala categórica concuerdan o no.

13.2. Medidas de asociación

Una de las principales opciones de las que disponemos cuando queremos evaluar la relación entre dos variables de tipo continuo, independientes entre sí, es calcular el coeficiente de correlación entre ambas variables, de alguna forma, evaluaremos la tendencia de la relación entre ambas, generalmente lineal. Como siempre, existen estadísticos para evaluar las relaciones de una forma paramétrica



y de otra no paramétrica. A continuación, se explicarán ambas formas de cálculo, muy parecidas entre sí.

13.2.1. Test de correlación paramétrico

El coeficiente de correlación de Pearson, calculado en función de las varianzas y la covarianza entre ambas variables corresponde a la vertiente paramétrica de las medidas de asociación y es calculable siempre que ambas variables se distribuyan normalmente. El coeficiente de correlación de Spearman corresponde a la vertiente no paramétrica, y se calcula, como otras pruebas de este tipo, en base a una serie de rangos asignados. El coeficiente de correlación de Spearman es también aplicable cuando se desea evaluar la asociación entre dos variables ordinales o entre una variable ordinal y otra continua. Ambos coeficientes presentan la propiedad de que no tienen unidades de medida.

El coeficiente de correlación de Pearson, también llamado correlación del producto de momentos, se calcula aplicando la siguiente fórmula, donde m_x y m_y son las medias muestrales de las dos variables a relacionar X e Y:

$$r = \frac{\sum (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum (x_i - m_x)(y_i - m_y)}}$$

13.2.2. Test de correlación no paramétrico

La metodología para calcular el coeficiente de correlación de Spearman consiste en ordenar todos los casos para cada una de las variables de interés y asignar un rango consecutivo a cada observación de cada una de las variables por separado. Si la asociación lineal entre ambas variables fuera perfecta, esperaríamos que el rango de la variable X fuera exactamente igual al rango de la variable Y, por lo tanto el coeficiente se calcula en base a las diferencias registradas en los rangos entre ambas variables, esperando que estas diferencias fueran 0.

Conforme mayores son las diferencias observadas en las ordenaciones de ambas variables, más se alejaría la relación de ser perfecta. Para evitar que las diferencias positivas anularan las diferencias negativas y comportaran la toma de decisiones equivocadas, el estadístico se calcula en función de la suma de las diferencias elevadas al cuadrado.

$$r_s = 1 - \frac{6 \times \sum d^2}{n \times (n^2 - 1)}$$





Ambos coeficientes evalúan si existe una relación lineal, creciente o decreciente, entre ambas variables. Tanto el coeficiente de correlación de Pearson, como el de Spearman únicamente pueden adoptar valores comprendidos entre -1 y 1 , identificando el valor -1 una relación lineal decreciente perfecta (Figura 53), mientras que por el contrario, el valor 1 identificaría una relación lineal creciente perfecta (Figura 52). Intuitivamente, el coeficiente de correlación debe examinar la relación lineal de 2 variables por lo que imaginemos que si la relación es muy evidente, los puntos se separarán muy poco de la línea de puntos imaginaria y si, por el contrario, la relación es muy débil, entonces la nube de puntos se ensanchará tanto que será imposible extraer conclusiones sobre algún tipo de relación.

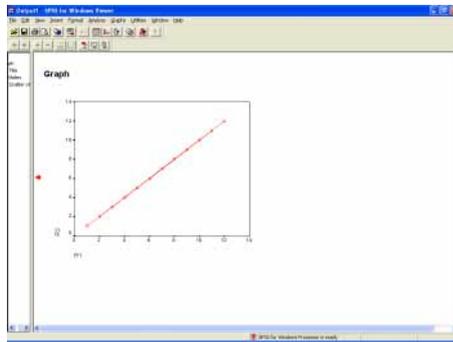


Figura 52. Ejemplo de relación lineal creciente perfecta ($r=1$)

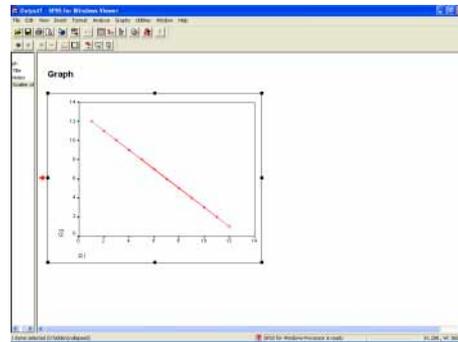


Figura 53. Ejemplo de relación lineal decreciente perfecta ($r=-1$)

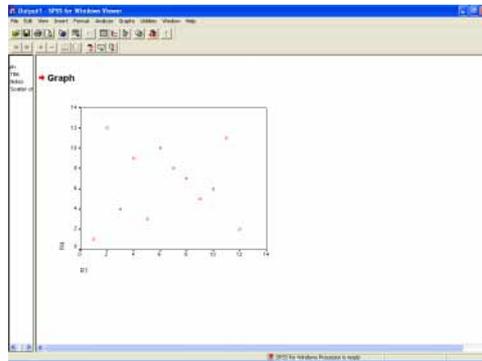


Figura 54. Ejemplo de no correlación lineal

Como hemos dicho, el coeficiente de correlación es un valor comprendido entre -1 y 1 . Aunque no existen niveles estandarizados, a título indicativo presentamos las interpretaciones de sus valores por intervalos en la tabla siguiente:



Coeficiente	Interpretación
0	Relación nula
0 – 0,2	Relación muy baja
0,2 – 0,4	Relación baja
0,4 – 0,6	Relación moderada
0,6 – 0,8	Relación alta
0,8 - 1	Relación muy alta
1	Relación perfecta

Tabla 16. Interpretación de los valores de los coeficientes de correlación según el rango de valores

La prueba de significación asociada a ambos coeficientes, únicamente prueba la hipótesis nula de que el coeficiente pueda ser igual a 0, es decir, que no exista ninguna relación **lineal** entre ambas variables. Es importante tener en mente cual es la verdadera interpretación de estos coeficientes y qué es exactamente lo que estamos probando al realizar la prueba estadística, dado que aunque en estos casos se rechace la hipótesis nula y no se pueda demostrar que existe una relación lineal entre ambas variables, sí que es posible que exista otro tipo de relación (polinómica, logarítmica, entre otras), medible con otras técnicas que requieren de transformaciones y modelos más complejos.

Tal y como se verá también en el siguiente capítulo, el cuadrado del coeficiente de correlación se le denomina Coeficiente de Determinación y es el porcentaje de variación conjunta entre las dos variables, es decir, el porcentaje de variabilidad de Y que queda explicada por X. Este concepto nos será útil en el capítulo 14 de modelos de regresión para valorar la significación estadística de un coeficiente de correlación utilizando el análisis de la varianza.

Ejemplo de coeficiente de correlación

Ejemplo 1: En un estudio se quiere comprobar si el diámetro interno de la arteria carótida se relaciona con la edad tal y como se sospecha. Para ello se han seleccionado 42 pacientes a los que se les ha medido el diámetro de la arteria carótida y se ha registrado su edad. Se ha calculado el coeficiente de correlación de Pearson, tras comprobar que su aplicación era adecuada. La Figura 55 muestra cómo obtener las correlaciones necesarias para el análisis de dos variables continuas en SPSS.



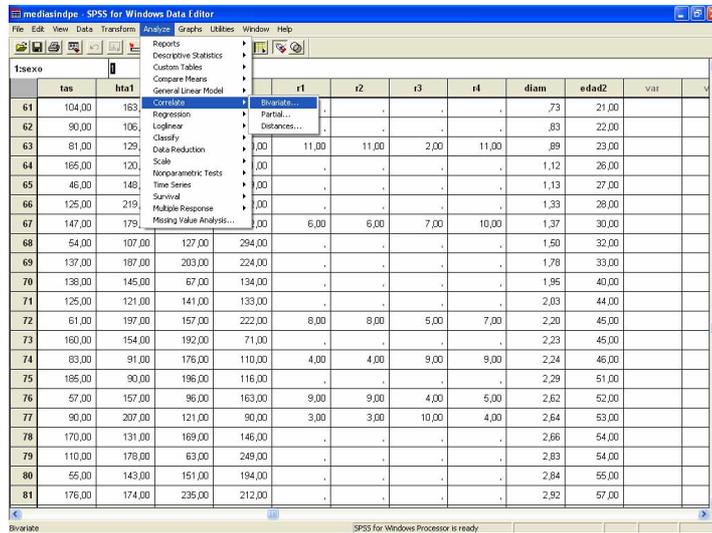


Figura 55. Correlación bivariada por menús en SPSS

Y los resultados obtenidos fueron los que aparecen en la figura que se muestra a continuación. La edad se mostró significativamente relacionada con el diámetro de la arteria carótida, registrando un coeficiente de correlación considerado muy alto (0,99) y obteniendo un nivel de significación inferior a 0,001.

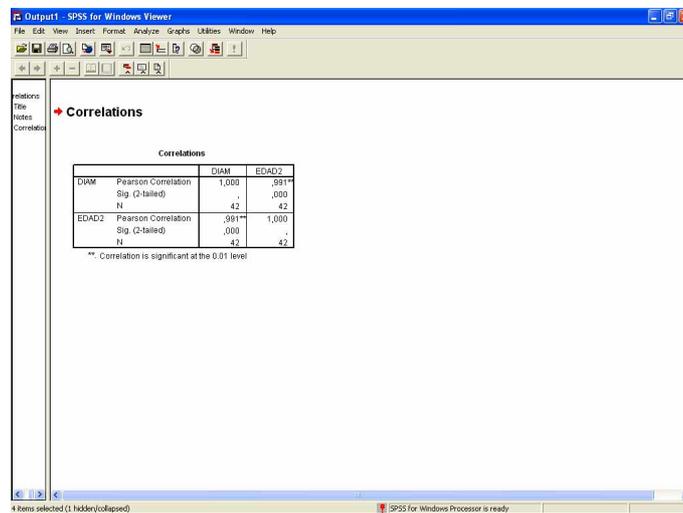


Figura 56. Resultados del procedimiento de correlación bivariada. Correlación de Pearson y significación estadística



13.2.3. Otros tests de asociación entre variables

Los coeficientes de correlación de Pearson y de Spearman son los más conocidos y frecuentemente utilizados al evaluar la asociación entre dos variables, pero existen otros métodos. Cuando se desea evaluar la relación entre dos variables cualitativas nominales el coeficiente de asociación de Cramer resulta el más adecuado. Este coeficiente varía entre 0 y 1, indicando el valor 0 que no existe relación entre las variables, mientras que el 1 muestra una asociación perfecta. El coeficiente de asociación de Cramer se calcula como:

$$V = \sqrt{\frac{X^2}{n(q-1)}}$$

donde:

n: tamaño de la muestra

q: número mínimo de filas o columnas de la tabla

Si se desea evaluar la relación entre dos variables, de las que al menos una es ordinal, el coeficiente gamma de Goodman-Kruskal puede resultar indicado. El coeficiente comprende valores entre -1 y 1 y que se interpretan igual que las correlaciones de Pearson y de Spearman. Mientras que cuando se quiere evaluar la relación entre dos variables ordinales o una variable ordinal y otra medida en intervalo el coeficiente Tau de Kendall resulta más apropiado.

13.3. La concordancia: el índice Kappa

Cuando se desea evaluar la concordancia entre dos variables de tipo categórico, es decir el grado de acuerdo que existe entre las dos disponemos de diversas pruebas específicamente diseñadas para ello. En el capítulo 11 de comparación de proporciones, se ha introducido la definición de uno de los índices más comunes para evaluar el nivel de concordancia entre dos variables categóricas. En este apartado completaremos su explicación y mostraremos un ejemplo de su aplicación.

Si se desea evaluar la concordancia entre dos variables dicotómicas, la medida de concordancia más adecuada por su simplicidad y facilidad de interpretación es la proporción (o porcentaje) de coincidencias frente al total de sujetos. Por ejemplo, supongamos que deseamos evaluar la concordancia entre dos métodos, cuyo resultado únicamente puede ser sí o no (Tabla 15).



	Método 2			
Método 1		Sí	No	Total
	Sí	a	b	a+d
	No	c	d	c+d
	Total	a+c	b+d	n

Tabla 17. Tabla cruzada de los resultados de dos variables dicotómicas con el mismo resultado (método 1 y método 2)

La proporción de coincidencias frente al total de sujetos en este caso sería $(a+d)/(a+b+c+d)$, es decir, $(a+d)/n$. Por simple azar, es previsible observar un cierto grado de concordancia entre los dos métodos, para determinar si la concordancia observada es superior a la que se esperaría encontrar por azar resulta conveniente utilizar el índice de concordancia de kappa, que se define como:

$$K = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e}$$

donde p_o representa a la proporción de concordancia observada y p_e la proporción de concordancia esperada por azar. Por tanto, el índice kappa presenta un valor de 1 cuando la concordancia observada es perfecta, un valor de 0 cuando la concordancia observada es igual a la concordancia esperada por azar y valores inferiores a 0 cuando la concordancia observada es inferior a la concordancia esperada por azar.

La proporción de concordancia esperada por azar (p_e) se calcula como la suma del producto de las probabilidades de clasificar los sucesos en cada una de las categorías por cada uno de los métodos. Analíticamente:

$$p_e = \frac{(a+b) \times (a+c) + (c+d) \times (b+d)}{n^2}$$

Para interpretar orientativamente qué significado tiene el valor del coeficiente que obtengamos al calcular sobre nuestros datos, Landis y Koch propusieron la siguiente clasificación:

kappa	Grado de acuerdo
<0	sin acuerdo
0 – 0,2	insignificante
0,2 – 0,4	bajo
0,4 – 0,6	moderado
0,6 – 0,8	bueno
0,8 - 1	muy bueno

Tabla 18. Interpretación de los valores del índice Kappa según el rango de valores

Ejemplo de concordancia entre variables

Ejemplo 2: En un centro sanitario se decidió analizar si la percepción del médico y la del paciente sobre el grado de control de su enfermedad era concordante entre sí. Para ello se seleccionaron aleatoriamente a un total de 50 pacientes controlados por 3 clínicos diferentes pertenecientes a ese mismo centro. Se pidió a los pacientes y a sus respectivos médicos que clasificaran cómo creían que era el grado de control de su enfermedad en 3 posibles categorías: deficiente, aceptable o muy bueno y se calculó el índice de concordancia de kappa para evaluar los resultados. La Figura 57 muestra el modo con el que se puede obtener este análisis utilizando el SPSS.

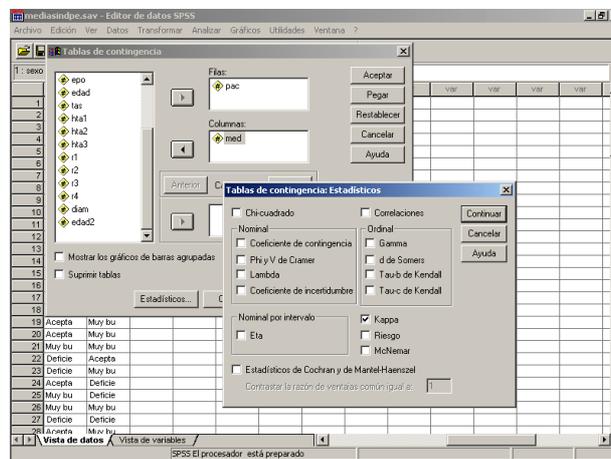


Figura 57. Obtención de una tabla de contingencia para la evaluación de la concordancia entre dos variables en SPSS

Y los resultados obtenidos fueron los que se muestran en las dos figuras siguientes (Figura 58 y Figura 59). El valor de kappa resultante fue de 0,182, que podemos considerar como un acuerdo muy bajo. A partir de los resultados descriptivos obtenidos en la Figura 58 observamos que mientras que el 36% de los pacientes entrevistados consideraron que el grado de control de su enfermedad era muy bueno, este porcentaje se situó en el 48% al realizar la misma pregunta a los clínicos. El porcentaje de coincidencias se situó en el 46% (suma de los valores de la diagonal dividido por el número total de casos).

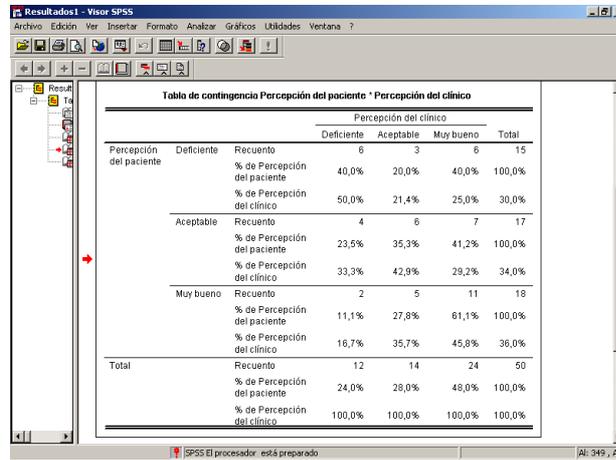


Figura 58. Tabla de contingencia de resultados en análisis de concordancia entre dos variables en SPSS

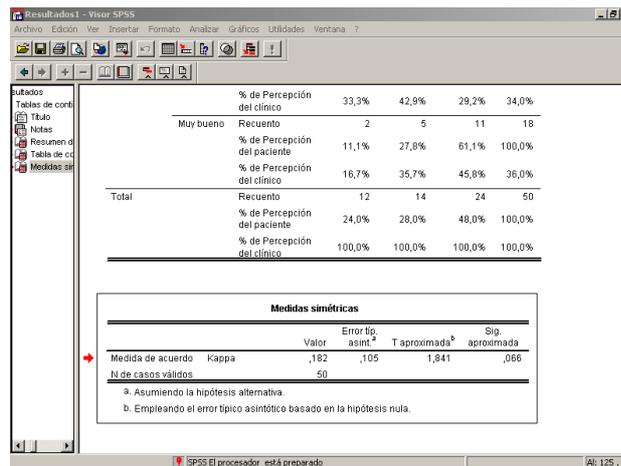


Figura 59. Medidas de acuerdo (índice Kappa) obtenido en el análisis de concordancia entre dos variables en SPSS

Aprovechamos el concepto del índice Kappa para introducir un nuevo valor para describir el grado de acuerdo entre dos observadores: el índice Kappa ponderado. Este índice se calcula asignando diferentes pesos a las observaciones no coincidentes, de manera que podamos dar mayor a los acuerdos totales o a los desacuerdos menores (Deficiente-Deficiente, Deficiente-Aceptable) y mayor peso a los desacuerdos más evidentes (Deficiente-Muy bueno).



13.4. Consideraciones importantes

La medida más representativa para evaluar la relación existente entre dos variables continuas es la correlación. Este término implica un tipo de asociación en que la relación es monótonica, es decir, va en una sola dirección e implica que cuanto crece un factor, crece el otro, o inversamente, decrece. La correlación lineal evalúa en qué medida la relación puede ser resumida en una línea recta. Los coeficientes de correlación no paramétricos, como el coeficiente de correlación de rango de Spearman, evalúan en qué medida dos factores están correlacionados pero sin tener en cuenta la magnitud del cambio en uno que acompaña el cambio en el otro, sólo considera la dirección del cambio.

